

平成 19 年度 AO 入試課題

課題 1. 添付資料：遠山啓著「無限と連続」(岩波新書, 1952 年初版, 1980 年改版発行)の第 1 章をよく読んで, 以下の問に答えよ. ただし, 資料の 32 ページ 6 ~ 8 行目に, 「代数方程式の根」とあるのは, 「代数方程式の解」のことを意味する. 解答は, 課題 1 の解答用紙に記入すること. なお, 答だけでなく, 答に至る過程もていねいに説明すること.

問 1 自然数全体の集合 $\{1, 2, 3, \dots\}$ を N で表し, 0 と負の整数を含めた整数全体の集合を Z で表す. このとき, Z と N は同じ計数をもつことを示せ. なお, 計数については, 資料の 14 ページ, 下から 4 行目を参照せよ.

問 2 正の分数全体の集合 $\{\frac{n}{m} \mid m, n \in N\}$ を Q_+ で表す. Q_+ と N の間の一対一対応をつける方法が, 資料の 25 ページから 26 ページにかけて 2 通り述べられている. これらの方法で, 分数 $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}$ はそれぞれどんな自然数に対応づけられるか. 25 ページに述べられている第 1 の方法, 26 ページに述べられている第 2 の方法に分けて答えよ. ただし, 資料にも述べられているように, $\frac{2}{2}, \frac{3}{3}$ などは $\frac{1}{1}$ と同じ数として, 飛ばして対応をつけるものとする.

問 3 分数全体の集合 $\{\frac{n}{m} \mid m \in N, n \in Z\}$ を Q で表す. Q と N は同じ計数をもつことを示せ.

問 4 整数を係数とする 1 次式 $ax + b$ 全体の集合を P で表す. $|a| + |b|$ が小さい順に $ax + b$ に番号を振ることにより, P と N の一対一対応を作り, P と N が同じ計数をもつことを示せ.

問 5 実数全体の集合を R で表し, $-1 < x < 1$ を満たす実数 x 全体の集合を $(-1, 1)$ で表す. 資料の 36 ページを参考にして, $(-1, 1)$ と R の一対一対応を作り, $(-1, 1)$ と R が同じ計数をもつことを示せ.

問 6 N の部分集合全体の集合を X で表す. N と X の間に一対一対応があるとすると, そこから, どんな $j \in N$ にも対応していない N の部分集合 Y を作ることができ, 矛盾が生じることを示せ.